

Matematica finanziaria: prova di esame del 31 maggio 2007¹

1. Calcolare il montante che si ottiene dopo 6 mesi con un investimento di 240€ in regime nominale al tasso semestrale del 12% pagabile mensilmente, con reinvestimento delle cedole in regime esponenziale al tasso semestrale del 10%.
2. Si vuole contrarre un prestito di 270€. Si considerino le seguenti due possibilità:
 - (a) ammortamento francese al 10% mensile su 12 mesi;
 - (b) ammortamento americano su 12 mesi, remunerato al 10% mensile, con quote capitale su un fondo che rende al 12% mensile in regime lineare.

Calcolare la rata mensile che si dovrà pagare in ciascuno dei due casi.

3. Calcolare il montante al tempo $t = 6$ di 50€ in un regime finanziario governato da forza d'interesse $\delta(t) = 0.02t^3$.
4. A partire dal primo gennaio 2003 fino al 31 dicembre 2006 ci si è sempre recati al cinema al termine di ogni mese. Considerando che il biglietto d'ingresso è costato 25€ fino al 2 gennaio 2005, e 30€ nel restante periodo, calcolare il valore al 31 dicembre 2006 (subito dopo essere andati al cinema per l'ultima volta) di questa abitudine, usando un tasso di valutazione del 10% annuo e la convenzione dell'anno commerciale.
- 5a. Calcolare la probabilità che lanciando 3 dadi non si ottenga alcun 5.
- 5b. Calcolare la probabilità che lanciando 3 dadi si ottenga almeno una volta 5.
6. Calcolare il prezzo medio di un'obbligazione di valore facciale 1000€, remunerata con cedole annuali del 20% e vita residua 3 anni e 2 mesi, assumendo un rimborso di tipo progressivo uniforme e un tasso di valutazione del 10% annuo.
7. Si consideri l'operazione finanziaria $(-5000, 3000, -2000, 3000, 3000)$ ai tempi $(0, 1, 2, 3, 4)$.
 - (a) Dire se esiste il TIR, e nel caso calcolarlo al meglio di 2 cifre decimali.
 - (b) Calcolare il REA usando un tasso del 15% periodale.

8. **Solo corso da 6 crediti** Si consideri una call europea con prezzo d'esercizio 106 e scadenza tra 1 periodo. Si assuma che il prezzo del sottostante, che al tempo 0 è 100, possa solo salire del 10% con probabilità 0.9, o scendere del 10% con probabilità 0.1, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale.

- (a) Calcolare il valore della call.
- (b) Descrivere un portafoglio replicante.
- (c) Descrivere un arbitraggio nel caso in cui sul mercato sia possibile acquistare e vendere la call a 4.

9. **Solo corso da 7 crediti** Si consideri una call europea con prezzo d'esercizio 106 e scadenza tra 2 periodi. Si assuma che il prezzo del sottostante, che al tempo 0 è 100, possa solo salire del 10% con probabilità 0.9, o scendere del 10% con probabilità 0.1, e che il tasso privo di rischio sia del 5% periodale.

- (a) Calcolare il valore della call con la formula di Cox-Ross-Rubinstein.
- (b) Descrivere un portafoglio replicante.
- (c) Descrivere un arbitraggio nel caso in cui sul mercato sia possibile acquistare e vendere la call a 8.

¹Per lo svolgimento degli esercizi da 1 a 7 guardare gli esoneri del 28 marzo e del 15 maggio 2007: gli esercizi di questo compito sono un sottoinsieme proprio dell'unione degli esercizi dei suddetti esoneri. Per lo svolgimento di 8 e 9, guardare gli stessi esoneri e cambiare i numeri opportunamente.